ANALÝZA MAXIMÁLNÍCH PRŮTOKŮ V HORSKÉM POVODÍ „MODRAVA 2“

Jana Ředinová

Článek analyzuje maximální průtoky na experimentálním povodí Katedry vodního hospodářství, Fakulty lesnické a environmentální, České zemědělské univerzity v Praze. Zabývá se kalibrací a validací konceptuálního lineárního modelu, který je založen na konceptu jednotkového hydrogramu. Model se skládá ze čtyř sub-modelů, které analyzují jednotlivé části srážko-odtokového procesu a transformační funkci zkoumaného povodí. Kalibrací je hledána a popsána hydrologická reakce malého povodí. Analyzovány byly události naměřené v letech 1998 – 2000, měsících květnu až říjnu. Validace nakalibrovaných parametrů byla provedena pro dvě vybrané srážko-odtokové události.

Klíčová slova: jednotkový hydrogram, základní odtok, efektivní srážka, kalibrace, verifikace, lineární model

Analysis of maximal discharges in Mountain Watershed “Modrava 2”. *Presented article analyze maximal discharges in experimental watershed of Department of Water Resources, Faculty of Forestry and Environmental Sciences, Czech University of Agriculture, Prague. The article describes calibration and validation of conceptual linear model, which is based on unit hydrograph. This model is composed of four sub-models which analyze separately important processes of rainfall-runoff process and a transformation function of investigated watershed. Model is calibrated in order to find hydrological response of the small watershed. Model calibration has been made on the basis of the rainfall runoff data set from years 1998 – 2002, months May - October, snow model was not applied. Validation of calibrated parameters was made on two independent events.*

Key words: unit hydrograph, base flow, net precipitation, calibration, validation, linear model

---

ÚVOD

Cílem příspěvku je analyzovat maximální průtoky a nalézt funkci popisující hydrologickou reakci zkoumaného povodí, a to prostřednictvím modelu založeného na jednotkovém hydrogramu. Výslednou funkci, která transformuje efektivní srážku na hydrogram odtoku, je možno využít pro předpovědi průtoků na malém šumavském povodí Modrava 2.

K predikci průtoků byl použit jednoduchý konceptuální lineární model: Epizodní model jednotkového hydrogramu. Výpočty byly prováděny prostřednictvím matematického nástroje Scilab.

METODIKA

Použitý model je tvořen několika dílčími sub-modely, je použitelný pro jednotlivé epizody a má hodinový krok. Průtok je předpovídán na základě efektivních hodnot dešťových srážek, které jsou měřenými vstupy.

Sub-model separace základního odtoku

První sub-model rozdělí naměřený odtok na odtok přímý a odtok základní. Vybrána byla metoda přímkové separace, která je často uplatňována pro svou jednoduchost.

Pro účely kalibrace byl základní odtok stanoven přímkovou spojnicí počátečního a koncového průtoku události. V případě epizod vybraných pro validaci byl základní odtok stanoven podle velikosti počátečního průtoku přímkou rovnoběžnou s osou x.

Sub-model stanovení efektivní srážky

Pro potřeby modelu jednotkového hydrogramu je nutné stanovit efektivní srážku. Popisovaný sub-model rozdělí příčinnou srážku na srážku efektivní a ztráty. Byla použita separační křivka podle Kostjakova ve tvaru:

$$Z(t) = \frac{\alpha}{1-\beta} * t^{(1-\beta)}, \qquad (1)$$

kde $Z(t)$ …objem ztrát v čase t (mm),
α, β … empirické parametry (-).

Empirický parametr β byl optimalizován a podroben analýze citlivosti. Míra shody se hodnotila koeficientem determinace. Po nalezení optimálního parametru β byl dopočten druhý empirický parametr α. Přitom bylo dbáno na to, aby se objem efektivní srážky (V_{Pef}) rovnal objemu přímého odtoku.

Sub-model transformace efektivní srážky

Efektivní srážka byla transformována v odtok prostřednictvím jednotkového hydrogramu **U,** který byl odvozen metodou maticové inverze (Kovář 1990) pro vlny z kalibračního souboru podle rovnice:

$$\mathbf{U} = (\mathbf{P}^T \cdot \mathbf{P})^{-1} \cdot \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{Q}, \qquad (2)$$

kde $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m+n-1,1} & \cdots & p_{m+n-1,n} \end{bmatrix}$ … matice pořadnic efektivních srážek,

$\mathbf{Q} = (q_1, \ldots, q_n)^T$ … vektor pořadnic hydrogramů přímého odtoku jednotlivých událostí,
$\mathbf{U} = (u_1, \ldots, u_n)^T$ … vektor pořadnic jednotkového hydrogramu,
m … počet pořadnic efektivního deště a
n … počet pořadnic jednotkového hydrografu.

Pro simulace byl z dílčích jednotkových hydrogramů jednotlivých kalibračních vln vypočten průměrný jednotkový hydrogram, který vyjadřuje výslednou transformační funkci efektivního deště na hydrogram odtoku zkoumaného povodí:

$$U_{prum}(j) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} U_{dil(i)}(j), \qquad (3)$$

kde $\mathbf{U_{dil(i)}}$ … vektor dílčího JH i-té vlny a j-té pořadnice JH,
$\mathbf{U_{prum}}$ … vektor průměrného JH,
n … počet pořadnic JH a
N … počet vln .

Regresní Sub-model pro efektivní srážku

Tento sub-model nalezne optimální vícerozměrnou lineární závislost dvou hledaných charakteristik, kterými jsou celkový úhrn efektivní srážky V_{Pef} (rovnice 4) a časový průběh efektivní srážky (rovnice 5), na dalších charakteristikách povodí (jako je předchozí úhrn srážek, úhrn srážky, která způsobila událost a počáteční průtok). Časový průběh efektivní srážky je dán průběhem křivky ztrát, tedy hodnotami jejích parametrů α a β , byl kalibrován parametr β.

Kalibrovalo se několik variant vícerozměrných závislostí. Výsledné závislosti, které byly využity pro stanovení celkového úhrnu efektivní srážky a jejího časového průběhu při validaci, ukazují rovnice 4 a 5.

A)Pro stanovení úhrnu efektivní srážky:

$$V_{Pef} = I_1 P_{celk} + I_2 q_0 + I_3 P_{pred,5(1)} + I_4 P_{pred,5(2)} + I_5 P_{pred,5(3)} + I_6 P_{pred,5(4)} + C \qquad (4)$$

a

B)Pro stanovení časového průběhu efektivní srážky:

$$\beta = k_1 P_{celk} + k_2 q_0 + k_3 P_{pred,5(1)} + k_4 P_{pred,5(2)} + k_5 P_{pred,5(3)} + k_6 P_{pred,5(4)} + C, \quad (5)$$

kde V_{Pef} … úhrn efektivní srážky,
β … časový průběh efektivní srážky,
P_{celk} … úhrn deště za celou srážko-odtokovou událost,
q_0 … počáteční průtok srážko- odtokové události,
$(P_{pred,5(1),\ ...\ ,} P_{pred,5(4)})$ …předchozí pětidenní srážkové úhrny,
$(k_1, ... , k_6)$ … vektor parametrů **K**,
$(l_1, ... , l_6)$ … vektor parametrů **L** a
C … konstanta.

Kalibrace modelu

Kalibrace se uskutečnila na kalibračním souboru vln (tabulka 1). Byla použita jednorozměrná optimalizace. Nalezená optimální sada parametrů sloužila pro validaci modelu na zkoumaném povodí.

Validace modelu

Ověření nakalibrovaného souboru optimálních parametrů bylo provedeno na validačních srážko-odtokových událostech (tabulka 2). Výstupem z validace jsou simulované hydrogramy průtoku **Qc**.

Qc = Pef . Uprum, (6)

kde **Qc** … vektor pořadnic simulovaného hydrogramu průtoku,
Pef … matice efektivní srážky a
Uprum … vektor pořadnic průměrného JH.

Míra shody simulovaných hydrogramů s naměřenými byla vyhodnocena pomocí vybraných objektivních funkcí:
Koeficient determinace (KD) ukazuje velikost čtvercové odchylky měřených a simulovaných průtoků.
Chyba v době výskytu kulminačního průtoku (ETp) určuje o kolik hodin se kulminace simulované vlny zpozdila nebo předběhla vůči naměřené.
Chyba v predikovaném množství kulminačního průtoku (EQp) vyjadřuje procentickou chybu predikovaného množství kulminačního průtoku ve srovnání s naměřenými daty.
Chyba celkového objemu průtoku (EV) ukazuje o kolik procent se liší celkový objem simulovaného hydrogramu od celkového objemu hydrogramu měřeného.

Popis povodí a výběr srážko-odtokových událostí

Epizodní model byl studován na datech z Modravy 2, což je pracovní název pro povodí Ptačího potoka na SV svahu Malé Mokrůvky na Šumavě. Povodí leží v nadmořské výšce 1180 – 1330 m. n. m, rozloha je 17 ha. V době měření se na něm nacházela paseka.

Seznam kalibračních vln a jejich charakteristiky jsou uvedeny v tabulce 1, seznam validačních vln s charakteristikami je v tabulce 2. Jednotlivé sloupce v tabulkách představují:

Pcelk…celkový objem srážky, q0…počáteční průtok události,
Vcelk…celkový objem průtoku, Qkulm.…kulminační průtok.

Tab. 1: Kalibrační soubor srážko-odtokových událostí.

Tab. 1: The calibration rainfall runoff data set.

vlna	Pcelk (mm)	Vcelk (mm)	q0 (mm)	Qkulm.(mm)
mo000623	31,00	0,995	0,0260	0,0399
mo000728	31,80	2,264	0,0171	0,2336
mo010618	10,80	2,731	0,0560	0,1150
mo010810	17,60	1,435	0,0194	0,0842
mo010901	27,60	1,274	0,0107	0,0597
mo011107	73,60	21,378	0,0151	1,4597
mo020703	37,00	3,387	0,0337	0,3203
mo980824	26,40	0,270	0,0034	0,0136
mo980906	8,00	0,329	0,0053	0,0144
mo980912	18,00	1,023	0,0044	0,0471
mo981025	19,60	1,905	0,0264	0,1388
mo981027	128,60	49,950	0,0270	3,2485
mo981101	26,40	8,149	0,0687	0,6423

Tab. 2: Validační soubor srážko-odtokových událostí.

Tab. 2: The validation rainfall runoff data set.

vlna	Pcelk (mm)	Vcelk (mm)	q0 (mm)	Qkulm.(mm)
mo021005	36,20	7,649	0,0293	0,4571
mo980914	125,60	36,033	0,0103	2,2391

Data pro povodí Modravy 2 byla měřena v dvouminutovém a čtyřminutovém kroku a pak agregována do kroku hodinového. K dispozici byla měření z let 1998 – 2002. Měření probíhala během letních měsíců.

VÝSLEDKY

Výsledkem analýzy je simulace dvou validačních vln, jejich grafy jsou na obrázku 1 a 2.

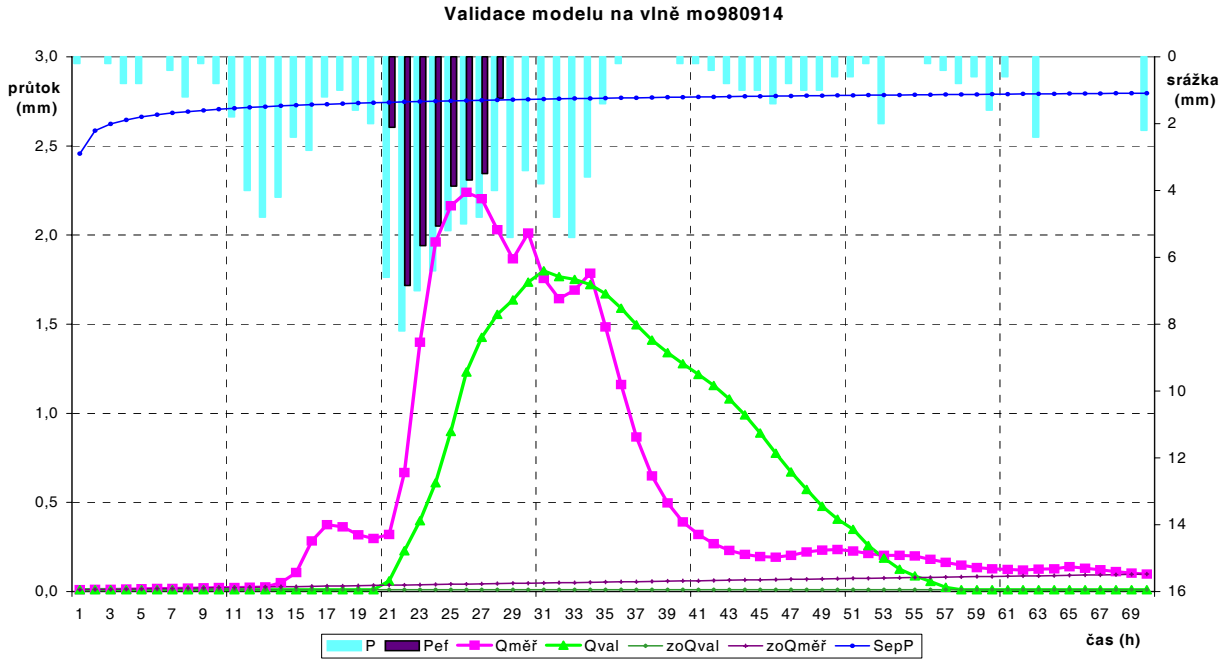
Míra shody simulovaných a měřených dat byla hodnocena pomocí čtyř ukazatelů, jejichž výsledné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 3:

Koeficient determinace určuje, že vlnu mo980914 se podařilo nasimulovat z 55,1% a vlnu mo021005 z 70,5%. Kladné hodnoty ETp znamenají zpoždění simulované kulminace. Záporné hodnoty (EQp) naznačují, že kulminační průtok simulovaného hydrogramu je v obou případech nižší než u měřeného hydrogramu. U vlny mo980914 je celkový objem simulované vlny o 2,35% menší a u vlny mo021005 je objem simulovaného hydrogramu o 0,41% vetší.

Tab. 3: Srovnání měřených a simulovaných průtoků.

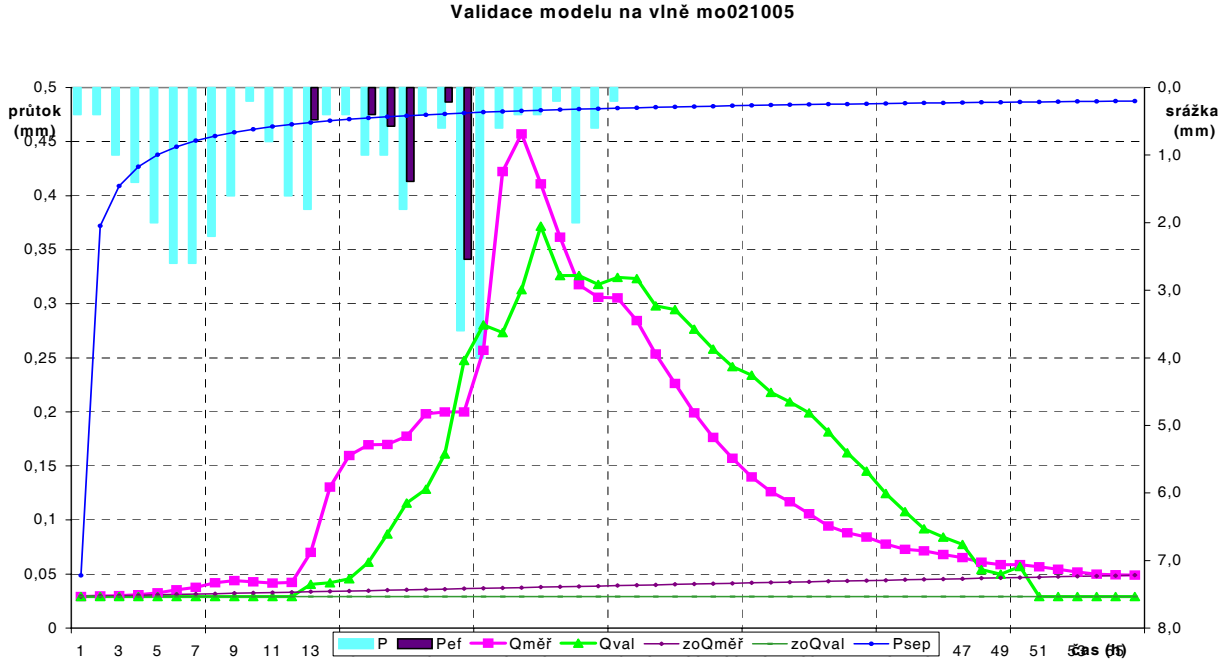
Tab. 3: The comparison of measured and simulated discharges

vlna	KD (-)	ETp (h)	EQp (%)	EV (%)
mo021005	0,704906	1	-18,6625	0,407967
mo980914	0,550911	5	-19,6553	-2,3556



Obr. 1: Validace vlny mo980914.

Fig. 1: Validation of event mo980914.



Obr. 2: Validace vlny mo021006.

Fig. 2: Validation of event mo021006.

Legenda:

P	srážka
Pef	efektivní srážka
Psep	separační křivka srážky
Qměř	měřený průtok
Qval	průtok validace vlny
zo Qměř	- základní odtok Qměř
zo Qval	- základní odtok Qval

DISKUZE

Epizodním modelem jednotkového hydrogramu byly kalibrovány a následně validovány srážko-odtokové události vybrané z povodí Modravy 2. Použitý model pracuje s efektivními hodnotami měřených vstupů – efektivní srážkou a přímým odtokem. Efektivní srážky byly transformovány na výsledný hydrogram přímého odtoku. Koeficientem determinace byla zjištěna míra shody simulovaného hydrogramu s hydrogramem měřeným.

Koeficient determinace validace vlny mo021005 má hodnotu 0,7 (její P_{celk} = 36,2 mm), u druhé, větší vlny, mo980914 je KD jen 0,55 (P_{celk} = 125,6 mm). V kalibračním souboru byla pouze jedna další vlna s P_{celk} > 100 mm (128,6 mm u vlny mo981027). Příčinou nízkého KD u vlny mo980914 může být právě malý počet vln s P_{celk} > 100 mm v kalibračním souboru.

Další objektivní funkcí, kterou byly validace hodnoceny, bylo množství kulminačního průtoku (EQp). U obou validovaných vln je kulminační průtok přibližně o 20% nižší, než bylo naměřeno, model jej podhodnocuje. Simulovaný průtok je u vlny mo021005 zpožděn (ETp) o 1 hodinu a u vlny mo980914 o 5 hodin. Chyba celkového objemu průtoku (EV) se liší maximálně o 2,35%, což je přijatelné.

Nižší hodnoty KD jsou zapříčiněny nepřesnostmi v měřených datech a nedostatečným počtem kalibrovaných vln. Pro příští kalibrace epizodního modelu jednotkového hydrogramu by bylo vhodné pracovat s větším souborem dat obohaceným především o velké srážko-odtokové události. Také toho důvodu na Katedře vodního hospodářství ČZU v Praze pokračuje kontinuální měření. Další příčinou jsou zjednodušující předpoklady modelu jednotkového hydrogramu. Velikost základního odtoku je pouhým odhadem skutečnosti, jeho objem je velmi obtížné stanovit. Dominantní vliv na množství odtoku mají srážky, proto je pro model jednotkového hydrogramu určující jejich správná separace. Sub-model stanovení efektivní srážky byl proto podroben kalibraci. Míra shody mezi simulovanými a měřenými efektivními srážkami byla opět vyhodnocena koeficientem determinace. Úhrny modelované efektivní srážky v jednotlivých hodinách se přibližují ke skutečnému průběhu procesu.

Model byl nakalibrován na předpověď srážko-odtokových událostí. Pro vlny s celkovým úhrnem deště P_{celk} < 50 mm je možno použít nakalibrované parametry, jak jsou popsány v tomto článku. Pro simulace vln s P_{celk} > 100 mm by bylo vhodné model znovu nakalibrovat s větší počtem srážko-odtokových událostí s vyšším úhrnem srážky, tak aby poskytoval vyšší hodnoty objektivních funkcí.

Literatura

BEVEN K. J. 2001: Rainfall – runoff modelling. John Wiley and Sons, s 360.

BLAŽKOVÁ Š. 1993: Srážkoodtokové modelování založené na principu jednotkového hydrogramu. VÚV Praha, 114 s.

EPA 1998: Estimation of Infiltration Rate in Vadose Zone: Compilation of Simple Mathematical Models. Environmental Protection Agency, National Rise Management Research Laboratory, Ada OK 74820, 14 s

KOVÁŘ P. 1990: Využití hydrologických modelů pro určování maximálních průtoků na malých povodích. VŠZ Praha, 136 s.

VIESSMAN W. 1996: Introduction to Hydrology. HarperCollins College Publisher, New York, USA.

Autor

Jana Ředinová, Katedra vodního hospodářství, Fakulta lesnická a environmentální, ČZU v Praze, Kamýcká ul., Praha 6 – Suchdol, 160 00, redinova@fle.czu.cz.